Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe: 18 años apoyando competencias matemáticas en la región[1]

Luis F. Cáceres Duque[2]; José H. Nieto Said[3]; Rafael J. Sánchez Lamoneda[4]

Resumen: La Olimpiada Matemática de Centro América y el Caribe es una competencia internacional para estudiantes de escuela superior que se realiza cada año. Esta competencia se ha celebrado por dieciocho años consecutivos y ha ayudado a promover y apoyar competencias matemáticas en los países de la región. Se presentan algunos problemas de esta olimpiada y un análisis del contenido matemático de las pruebas a través de todos los años de la competencia. También se presenta el impacto de esta competencia para los países participantes y algunas estadísticas de participación.

Palabras Claves: Olimpiadas, Matemáticas, Programa, Internacional.

Introducción

La Olimpiada Matemática de Centro América y el Caribe (OMCC) nació en 1999 con el objetivo principal de promover la participación de países de la región en olimpiadas internacionales de matemáticas. Esta competencia está dirigida a estudiantes de escuela secundaria. La estructura de esta competencia es muy similar a la que se usa en la Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO).

2 Profesor, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. Puerto Rico. luis.caceres1@upr.edu

3 Profesor, Universidad del Zulia. Venezuela. jhnieto@gmail.com

4 Profesor, Universidad Antonio Nariño, Colombia. lamonedar@gmail.com

Los países que participan regularmente en la OMCC son Colombia, Costa Rica, Cuba, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Nicaragua, Panamá, Puerto Rico, República Dominicana y Venezuela. La participación femenina a través de los dieciocho años de la OMCC ha sido de 17%.

La OMCC se lleva a cabo anualmente en un país diferente, con el apoyo de diversas organizaciones públicas y privadas. Cada país participa con una delegación formada por un jefe de delegación, un tutor y hasta un máximo de tres estudiantes que no hayan cumplido los dieciséis años el año anterior a la competencia. Profesores adicionales de cada país pueden participar como observadores. Un seminario de solución de problemas se ofrece también para preparar a profesores locales en estrategias de solución de problemas de olimpiadas matemáticas. Este seminario usualmente se realiza un par de días antes del comienzo de la OMCC. El propósito principal de esta actividad es tomar ventaja de la olimpiada para proveer mejoramiento profesional a educadores locales y así promover el desarrollo de olimpiadas matemáticas en el país anfitrión.

Los problemas para la olimpiada son recolectados, en un banco de problemas, por un comité de expertos internacionales que los reciben de distintos colaboradores a nivel mundial. Se pretende que los problemas del banco sean todos originales y no estén publicados en ningún sitio. Un jurado internacional, integrado por los jefes de las delegaciones y un presidente, designado por el comité organizador del país anfitrión, es responsable de las actividades académicas durante la OMCC. Este jurado selecciona, del banco de problemas, los ejercicios que conforman la prueba y establece los criterios de corrección y otorga las medallas y premios a los mejores estudiantes. Un grupo de profesores o estudiantes ex-participantes de olimpiadas matemáticas, llamados coordinadores, están a cargo de la corrección de los exámenes, y este grupo, junto con los jefes de delegación, establece los criterios de corrección, y deciden los puntajes finales de cada participante.

El examen se aplica en dos días consecutivos. Cada día los participantes tienen cuatro horas y media para contestar tres problemas. Cada problema tiene un valor de siete puntos. Los temas principales de los exámenes son álgebra, teoría de números, geometría y combinatoria. Durante los días siguientes a la competencia los estudiantes tienen la oportunidad de participar en actividades recreacionales y turísticas, mientras se efectúa el proceso de corrección de las pruebas. El objetivo principal de estas actividades es promover las relaciones de amistad y camaradería entre los estudiantes participantes.

Se otorgan medallas a aproximadamente la mitad de competidores, en proporción 1:2:3 entre oro, plata y bronce. Los estudiantes que no obtienen medalla pero que logran resolver al menos un problema perfecto, obtienen una mención de honor. Hay también un premio que recibe el país de mayor progreso con respecto a los dos años anteriores a su participación, este premio es donado por El Salvador y por esta razón lleva el nombre de "Copa El Salvador". Este premio se entregó por primera vez en el año 2000, durante la segunda OMCC en El Salvador, y el ganador fue Cuba.

La OMCC ha sido organizada en los siguientes países: Costa Rica (1999, 2003, 2014), Colombia (2001, 2009), El Salvador (2000, 2005, 2012), Honduras (2008), Jamaica (2016), México (2002, 2011, 2015), Nicaragua (2004, 2013), Panamá (2006), Puerto Rico (2010) y Venezuela (2007).

En 2010 el país anfitrión fue Puerto Rico, y por primera vez participaron países de habla inglesa. En esa ocasión Jamaica, Islas Vírgenes Americanas y Trinidad y Tobago participaron. Gracias a esa iniciativa Jamaica comenzó un programa nacional de competencias matemáticas que hoy día está sólidamente establecido y en el que participan más de 5000 estudiantes. Jamaica ha seguido participando regularmente en la OMCC y ya ha obtenido premios importantes, incluyendo una medalla de oro.

Problemas propuestos

A continuación presentamos los problemas de la primera OMCC celebrada en 1999 en Costa Rica.

OMCC (Costa Rica, 1999)

Primer día:

1. Se supone que 5 personas conocen, cada una, informaciones parciales diferentes sobre cierto asunto. Cada vez que la persona A telefonea a la persona B, A le da a B toda la información que conoce en ese momento sobre el asunto, mientras que B no le dice nada de él. ¿Cuál es el

mínimo número de llamadas necesarias para que todos lo sepan todo sobre el asunto? ¿Cuántas llamadas son necesarias si son n personas?

2. Encontrar un entero positivo n de 1000 cifras, todas distintas de cero, con la siguiente propiedad: es posible agrupar las cifras de n en 500 parejas de tal manera que si multiplicamos las dos cifras de cada pareja y sumamos los 500 productos obtenemos como resultado un número m que es divisor de n.
3. Las cifras de una calculadora (a excepción del 0) están dispuestas en la forma indicada en el cuadro adjunto, donde aparece también la tecla +.

7	8	9	
4	5	6	+
1	2	3	

Dos jugadores A y B juegan de la manera siguiente: A enciende la calculadora y pulsa una cifra, y a continuación pulsa la tecla +. Pasa la calculadora a B, que pulsa una cifra en la misma fila o columna que la pulsada por A que no sea la misma que la última pulsada por A; a continuación pulsa + y le devuelve la calculadora a A, que repite la operación y así sucesivamente. Pierde el juego el primer jugador que alcanza o supera la suma 31. ¿Cuál de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora y cuál es ésta?

Segundo día:

4. En el trapecio $ABCD$ de bases AB y CD, sea M el punto medio del lado DA. Si $BC = a$, $MC = b$ y el ángulo MCB mide 150º, hallar el área del trapecio $ABCD$ en función de a y b.
5. Sea a un entero positivo impar mayor que 17, tal que $3a - 2$ es un cuadrado perfecto. Demostrar que existen enteros positivos distintos b y c, tales que $a + b$, $a + c$, $b + c$ y $a + b + c$ son cuatro cuadrados perfectos.

6. Sea S un subconjunto de $\{1,2,3,\ldots,1000\}$ con la propiedad de que ninguna suma de dos elementos diferentes en S esté en S. Encuentre el número máximo de elementos de S.

A modo de comparación, presentamos los problemas de la OMCC de 2016 celebrada en Jamaica.

OMCC (Jamaica, 2016)

Primer día:

1. Encuentre todos los enteros positivos n de 4 cifras tales que todos sus dígitos son cuadrados perfectos y n es múltiplo de 2, 3, 5 y 7. .
2. Sea ABC un triángulo acutángulo, Γ su circunferencia circunscrita y M el punto medio del lado BC. Sea N el punto del arco BC de Γ que no contiene a A, tal que ∢ NAC = ∢ BAM. Sea R el punto medio de AM, S el punto medio de AN y T el pie de la altura desde A al lado BC. Demuestre que los puntos R, S y T son colineales.
3. El polinomio $Q(x) = x^3 - 21x + 35$ tiene tres raíces reales diferentes. Encuentre números reales a y b tales que el polinomio $P(x) = x^2 + ax + b$ permute cíclicamente las raíces de Q, es decir que si r, s y t son las raíces de Q (en cierto orden) entonces $P(r) = s$, $P(s) = t$ y $P(t) = r$.

Segundo día:

4. En la pizarra está escrito el número 3. Ana y Bernardo juegan alternadamente, comenzando por Ana, de la siguiente manera: si en la pizarra está escrito el número n, el jugador que tenga el turno lo debe sustituir por cualquier entero n que sea primo relativo con n y tal que $n < m < n^2$. El primer jugador que escriba un número mayor o igual que 2016 pierde. Determine qué jugador tiene una estrategia ganadora y descríbala.
5. Digamos que un número es *irie* si se puede expresar como $1 + \frac{1}{k}$, para algún entero positivo k. Demuestre que cualquier entero $n \geq 2$ se puede expresar como el producto de r números *irie* diferentes, para cualquier entero $r \geq n - 1$.

6. Sea ABC un triángulo con incentro I y circuncírculo Γ. Sean M y N los puntos de intersección de las rectas BI y CI con Γ. La paralela a MN que pasa por I interseca a AB en P y a AC en Q. Demuestre que la circunferencia que pasa por B, N y P tiene el mismo radio que la circunferencia que pasa por C, M y Q.

Conclusiones

El área de contenido de mayor representación en los exámenes de la OMCC a través de todos los años es geometría con un 31% de los problemas propuestos, seguido de cerca por combinatoria (29%) y teoría de números (25%). Los problemas en el área de álgebra representan solamente un 15%.

La dificultad de la olimpiada ha crecido a través de los años. En los primeros años de la competencia, era común tener problemas cuya solución se podía encontrar con exploraciones astutas o con intentos de prueba y error, y en general con poco o nada de conocimiento matemático teórico (ejemplo, problemas 1 y 3, 1999). Los problemas de geometría se podían solucionar con conceptos básicos de paralelismo, ángulos y áreas (ejemplo, problema 4, 1999). Gradualmente los problemas de geometría se volvieron más elaborados usando semejanza, potencia de un punto, teoremas sobre colinealidad y concurrencia, cuadriláteros cíclicos, etc. Sin embargo la intención siempre es que haya por lo menos una solución con herramientas básicas de geometría euclidiana, sin usar trigonometría, álgebra de vectores o números complejos. Los problemas de teoría de números también han evolucionado. Los primeros requerían ideas básicas de divisibilidad (ejemplo, problema 2, 1999). Hoy en día es esencial conocer teoría de congruencias y los teoremas de Euler y Fermat, entre otros. En el caso de combinatoria, los conceptos básicos necesarios para la solución de problemas no han cambiado mucho, pero la dificultad de los problemas si ha aumentado a través de los años. El área de álgebra es la de menor ocurrencia en las pruebas y en general se debe a que usualmente se evitan temas como desigualdades, funciones, sucesiones, etc. ya que requiere formación teórica que en varios de los sistemas educativos de los países de la región se ven más tarde en la educación de los jóvenes.

La OMCC es claramente un proyecto educativo de colaboración internacional de gran beneficio para el desarrollo de las matemáticas en los países de la región. A través de la estrategia de solución de problemas, los países participantes llevan a cabo diversas actividades locales para seleccionar a los estudiantes participantes de la OMCC y a través de estas actividades se impactan profesores y estudiantes de todo el sistema educativo del país.

Durante los últimos dieciocho años, la OMCC ha probado ser una excelente actividad para iniciar a estudiantes de escuela superior de la región en olimpiadas matemáticas internacionales, preparándolos para eventos que requieren mayores destrezas como la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, la Olimpiada Mundial de Matemáticas, entre otras. En muchos casos, la OMCC ha sido la única oportunidad para un país de exponer a sus estudiantes a olimpiadas matemáticas internacionales.

A pesar que la OMCC se ha realizado ininterrumpidamente por dieciocho años consecutivos, uno de los principales retos es tener sedes cada año. Conseguir apoyo económico internacional ha sido otro de los retos para la realización del evento. El apoyo de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI) fue fundamental al comienzo de esta iniciativa. Recientemente entidades como la Unión Matemática Internacional (IMU) han colaborado para la realización de la OMCC. Por otro lado, la inclusión de otros países de la región ha sido también uno de los retos principales. Se ha comprobado que para que la participación regular de otros países en la OMCC sea una realidad, es fundamental que el país posea un programa nacional de olimpiadas matemáticas que le permita identificar y apoyar a estudiantes con interés y habilidad en matemáticas.

La OMCC ha sido un escenario muy propicio para generar relaciones de amistad y profesionales entre estudiantes y profesores de los países participantes. Estas relaciones han sido fundamentales, por ejemplo a través del intercambio de información, para el desarrollo académico de los estudiantes participantes. Por otro lado los profesores tienen la oportunidad de intercambiar experiencias sobre la enseñanza de las matemáticas en una región con culturas semejantes y con problemas comunes. Esos lazos han redundado en múltiples proyectos colaborativos asociados a competencias de matemáticas. Además, los simposios sobre solución de problemas que se organizan los días previos a la olimpiada, han permitido contribuir a la mejora de la formación de maestros en los países anfitriones.

Bibliografía

Nieto, J. H (2015). *Olimpiadas Matemáticas de Centroamérica y el Caribe (1999-2014)*. Maracaibo, Venezuela. Ediciones Astro Data.

Nieto, J. H. & Sánchez, R. (2009). *Ten Years of the Mathematical Olympiad of Central America and the Caribbean*. Mathematics Competition, 22(1), 19-37.

Nieto, J.H. & Sánchez, R. (2005). *The Mathematical Olympiad of Central America and the Caribbean.* Mathematics Competitions, 18(1), 16-38.timacy. Journal of Computer-Mediated Communication, 10, 38-48